



**МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ «ГИМНАЗИЯ № 56» Г.ИЖЕВСКА**

Рекомендовано  
Научно-методическим  
советом МАОУ «Гимназия № 56»  
Протокол №1 от 23.06.2022г.

Рассмотрено на заседании  
методического объединения  
Протокол №1 от 23.06.2022г.

Утверждено  
Директор МАОУ «Гимназия № 56»  
М.В. Никитина  
Приказ №417/2 от 23.06.2022г.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 00FA FFB8 65F5 4C3F 6746 2574 F148 9198 34  
Владелец: Никитина Марина Викторовна  
Действителен: с 25.02.2022 до 21.05.2023

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа  
естественнонаучной направленности  
«Школа математики»**

Срок реализации: 2 года  
Возраст обучающихся: 11-13 лет

Составитель:  
Суходоева Светлана Геннадьевна  
Учитель математики  
Юсупова Лилия Вахитовна  
Учитель математики

г.Ижевск, 2022г.

## Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Школа математики» позволяет решить целый комплекс задач по углубленному математическому образованию, всестороннему развитию индивидуальных способностей школьников и максимальному удовлетворению их интересов и потребностей.

В дидактике установлено, что развитие самостоятельности и творческой активности учащихся в процессе обучения математике происходит непрерывно от низшего уровня самостоятельности, воспроизводящей самостоятельности, к высшему уровню, творческой самостоятельности, последовательно проходя при этом определенные уровни самостоятельности.

Для самостоятельного обучения очень важно воспитать у обучающихся потребность в самостоятельном поиске знаний и их приложении. Поэтому одной из задач Математической школы является приобщение обучающихся к решению задач по своей инициативе, сверх школьной программы. Одним из средств является участие обучающихся в различных математических состязаниях: математические олимпиады, математические бои, турниры и т.д. Школьники убеждаются на собственном опыте, что, чем больше разнообразных задач они самостоятельно решают, тем значительнее их успехи при выступлении на этих соревнованиях. Это служит дополнительным стимулом к самообучению.

**Педагогическая целесообразность.** Предлагаемая программа удовлетворяет всем требованиям современного математического образования - обеспечивает обучающихся дополнительной информацией и позволяет формировать учебные навыки, развивать мыслительные действия, учить добывать знания, развивать творческую активность.

**Направленность программы:** естественнонаучная, рассчитана для обучающихся желающих углубить свои знания в области математики и интересующихся проектно – исследовательской деятельностью. **Уровень освоения: базовый, вид:** интегрированная.

**Актуальность программы.** Обучение решению математических задач творческого и поискового характера будут проходить более успешно, если урочная деятельность дополняется внеурочной работой. В этом может помочь математический кружок, расширяющий математический кругозор и эрудицию обучающихся, способствующий формированию познавательных универсальных учебных действий, а также общему развитию личности. Данная программа кружка является актуальной на сегодняшний момент, так как обеспечивает развитие интеллектуальных общеучебных умений обучающихся, необходимых для дальнейшей самореализации и формирования личности ребёнка.

**Адресат программы:** обучающиеся 5-6 классов. Программа рассчитана для детей в возрасте от 11 до 13 лет.

Прием детей осуществляется на основании результатов различных мероприятий данной направленности (сертификаты, дипломы, грамоты – участники и победители олимпиад, НПК и т.д.). В группе 1-го года обучения должно быть не менее 10 человек и не больше 20, 2-го года обучения не менее 8 человек. Занятия проводятся 2 раза в неделю по 1 часу, продолжительность 1 часа – 40 минут. В случае практических работ допускается проведение занятий по 2 часа.

**Объём программы.** 144 часа. Срок освоения программы 2 года. 1-ый год обучения 72 часа, 2-ой год обучения 72 часа.

**Форма обучения:** очная, с применением дистанционных образовательных технологий. Использование таких дистанционных платформ как zoom, Google classroom - различные уроки, варианты опросов и заданий.

**Форма и виды занятий:**

- лекция или рассказ;
- самостоятельная деятельность учеников, состоящая в изучении доступного материала учебного пособия;
- самостоятельное решение задач, предварительно разработанных учителем в качестве примеров.

- разбор олимпиадных задач;
- различные виды соревновательных занятий:
  - интеллектуальная «драчка»;
  - математическая «драчка»;
  - математическая олимпиада;
  - математический турнир;
- математический тренинг.

#### **Формы контроля:**

- конкурсы по решению задач;
- различные математические состязания, в том числе и межпредметного содержания.

#### **Цель программы:**

- углубленное математическое образование, всестороннее развитие индивидуальных способностей обучающихся и удовлетворение их интересов и потребностей.

##### ***Дидактические:***

- Обеспечение руководства процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую;
- осуществление последовательных взаимосвязанных, взаимопроникающих и обуславливающих друг друга этапов учебной работы;
- обеспечение выхода обучающегося на соответствующий уровень самостоятельности и творческой активности.

##### ***Познавательные:***

- приобретение знаний о культуре правильного мышления, его формах и законах;
- приобретение знаний о строении рассуждений и доказательств;
- формирование научного мировоззрения;
- удовлетворение личных познавательных интересов в области смежных с математикой дисциплин таких, как физика, информатика, логика, кибернетика, и т.д.

##### ***Развивающие:***

- совершенствование речевых способностей (правильное использование терминов, умение верно построить умозаключение, логично провести доказательство);
- развитие психических функций, связанных с речевой деятельностью (память, внимание, анализ, синтез, обобщение и т.д.);
- мотивация дальнейшего овладения математической культурой (приобретение опыта положительного отношения и осознание необходимости знаний методов и приёмов рационального рассуждения и аргументации);
- интеллектуальное развитие в ходе решения логических задач и упражнений.

##### ***Воспитательные:***

- становление самосознания;
- формирование чувства ответственности за принимаемые решения;
- воспитание убеждённости в преимуществах общечеловеческих ценностей;
- воспитание культуры умственного труда.

#### **Задачи:**

- воспитывать и развивать самостоятельность личности в обучении;
- управлять процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую;
- дать представление об основных формально-логических операциях, показать логические принципы в действии при решении содержательно интересных проблем, в частности в деятельности повседневного общения;
- повысить общий уровень культуры мыслительной деятельности учащихся: развить умения анализировать, сравнивать, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи, аргументированно проводить рассуждения и доказательства и т. д.

- научить школьников строго и чётко пользоваться терминологией самых разных областей науки и социально-общественной сферы, ориентироваться в потоке новых понятий.
- сформировать умение замечать логические ошибки в устной и письменной речи, показать правильные пути опровержения этих ошибок.
- осуществить переход от индуктивного умения оперировать суждениями и понятиями, терминами и высказываниями к сознательному применению математических правил и законов.
- выработать практические навыки последовательного и доказательного мышления.

### **Межпредметные связи**

Логическое знание является необходимым в каждой школьной программе. Поэтому, как ни одна из других школьных дисциплин, математика опирается на межпредметные связи через использование разнообразных понятий широкого круга учебных предметов, суждений, умозаключений, доказательств и опровержений, а также на особенности развития логического мышления учащихся в процессе обучения разным дисциплинам.

### **Особенности структуры и содержания программы**

Специфика занятий в Математической школе состоит в том, что они проводятся по программам, не только углубляющим стандартную школьную программу (**школьная тематика**), но и содержащим большое количество разнообразных задач (**олимпиадная тематика**), подобранных с учетом интеллектуальных возможностей, познавательных интересов и развивающихся потребностей школьников.

Как показал опыт, обучение через задачи на занятиях дополнительного образования обеспечивает развитие самостоятельности и творческой активности учащихся, способствует приобретению прочных и осознанных знаний, развивает умение сравнивать, обобщать, делать творческие выводы из решенных задач, поддерживает интерес к математике.

Программа, построенная на задачах, не содержит деления материала на теоретическую и практическую части. Сами задачи — это и есть изучаемый курс. Поэтому и содержание задач, и способы решения их направлены как на вооружение учащихся теоретическими знаниями, так и на выработку умений и закрепление навыков. Рассматриваемые определения обычно включаются в содержание задач. Возможна формулировка определений и отдельно от задач. Теоремы имеют тоже вид задач. Если теорема большая или сложная, то она разбивается на последовательность таких задач, что решение предыдущей облегчает решение последующей, а совокупность этих решений дает доказательство теоремы.

### **Планируемые результаты реализации программы**

**Личностными результатами** изучения программы является формирование следующих умений:

- определять и высказывать под руководством педагога самые простые общие для всех людей правила поведения при сотрудничестве (этические нормы).
- В предложенных педагогом ситуациях общения и сотрудничества, опираясь на общие для всех простые правила поведения, делать выбор, при поддержке других участников группы и педагога, как поступить.

**Метапредметными результатами** изучения являются:

- освоить основные приёмы и методы решения нестандартных задач;
- уметь применять при решении нестандартных задач творческую оригинальность, вырабатывать собственный метод решения;
- успешно выступать на математических соревнованиях;
- анализировать расположение деталей (танов, треугольников, уголков, спичек) в исходной конструкции;
- выявлять закономерности в расположении деталей; составлять детали в соответствии с заданным контуром конструкции;

- сопоставлять полученный (промежуточный, итоговый) результат с заданным условием;
- объяснять (доказывать) выбор способа действия при заданном условии;
- анализировать предложенные возможные варианты верного решения.

**Предметными результатами** изучения являются формирование следующих умений:

- описывать признаки предметов и узнавать предметы по их признакам;
- выделять существенные признаки предметов;
- сравнивать между собой предметы, явления;
- обобщать, делать несложные выводы;
- классифицировать явления, предметы;
- определять последовательность событий;
- судить о противоположных явлениях;
- давать определения тем или иным понятиям;
- определять отношения между предметами типа «род» - «вид»;
- выявлять функциональные отношения между понятиями;
- выявлять закономерности и проводить аналогии.

### Учебный план 1 год обучения:

№ п\п	Название разделов, тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
	Вводное занятие	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
	<b>Раздел 1. Задачи на разрезание</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>14</b>
1.1.	Тема 1.1. Задачи на разрезание на клетчатой бумаге	4	2	2
1.2.	Тема 1.2. Пентамино	4	1	3
1.3.	Тема 1.3 Фигуры домино	4	1	3
1.4.	Тема 1.4 Фигуры тримино	4	1	3
1.5.	Тема 1.5 Фигуры тетрамино	4	1	3
	<b>Раздел 2. Логические задачи</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
2.5.	Тема 2.5. Задачи-загадки на смекалку	4	2	2
2.7.	Тема 2.7. Задачи, решаемые с конца.	4	2	2
	Тема 2.4. Круги Эйлера. Решение задач	4	2	2
2.8.	Тема 2.8. Задачи со спичками.	4	2	2
2.9.	Тема 2.9. Математический турнир.	4	2	2
	<b>Раздел 3. Дележи в затруднительных обстоятельствах</b>	<b>16</b>	<b>6</b>	<b>10</b>
3.1.	Тема 3.1. Задачи на переливание	4	2	2
3.2.	Тема 3.2. Задачи на взвешивание	4	2	2
3.3.	Тема 3.3. Задачи на деление между двумя и тремя.	4	2	2
	<b>Раздел 4. Занимательные задачи на дроби</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>10</b>
4.1.	Тема 4.1. Старинные задачи на дроби.	8	2	6
4.2.	Тема 4.2. Задачи на совместную работу.	6	2	4
	Итоговое занятие	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
	Итого часов	<b>72</b>	<b>26</b>	<b>46</b>

### Содержание 1-го года обучения

#### **Тема 1. Запись цифр и чисел у других народов**

Как люди научились считать. Старинные системы записи чисел. Цифры у разных народов. Римская нумерация.

## **Тема 2. Числа - великаны и числа- малютки**

Открытие нуля. Мы живём в мире больших чисел. Числа-великаны. Названия больших чисел. Числа – малютки. Решение задач с большими и малыми числами.

## **Тема 3. Упражнения на быстрый счёт**

Некоторые приёмы быстрого счёта.

Умножение двухзначных чисел на 11, 22, 33, . . . , 99.

Умножение на число, оканчивающееся на 5.

Умножение и деление на 25, 75, 50, 125.

Умножение и деление на 111, 1111 и т.д.

Умножение двузначных чисел, у которых цифры десятков одинаковые, а сумма цифр единиц составляет 10. Умножение двузначных чисел, у которых сумма цифр равна 10, а цифры единиц одинаковые.

Умножение чисел, близких к 100.

Умножение на число, близкое к 1000.

Умножение на 101, 1001 и т.д.

## **II. Занимательные задачи**

### **Тема 1. Магические квадраты.**

Отгадывание и составление магических квадратов.

### **Тема 2. Математические фокусы.**

Математические фокусы с «угадыванием чисел». Примеры математических фокусов.

### **Тема 3. Математические ребусы.**

Решение заданий на восстановление записей вычислений.

### **Тема 4. Софизмы.**

Понятие софизма. Примеры софизмов.

### **Тема 5. Задачи с числами**

Запись числа с помощью знаков действий, скобок и определённым количеством одинаковых цифр.

### **Тема 6. Задачи – шутки**

Решение шуточных задач в форме загадок.

## **III. Логические задачи**

### **Тема 1. Задачи, решаемые с конца.**

Решение сюжетных, текстовых задач методом «с конца».

### **Тема 2. Круги Эйлера.**

Решение задач с использованием кругов Эйлера.

### **Тема 3. Простейшие графы**

Понятие графа. Решение простейших задач на графы.

### **Тема 4. Метод полного перебора в логических задачах. Задачи на переливания.**

Решение текстовых задач на переливание.

### **Тема 5. Взвешивания.**

Решение задач на определение фальшивых монет или предметов разного веса с помощью нескольких взвешиваний на чашечных весах без гирь.

### **Тема 6. Задачи на движение.**

Решение текстовых задач на движение: на сближение, на удаление, движение в одном направлении, в противоположных направлениях, движение по реке.

### **Тема 7. Старинные задачи**

Решение занимательных старинных задач и задач-сказок.

## **IV. Геометрические задачи**

### **Тема 1. Задачи на разрезания.**

Геометрия вокруг нас. Геометрия на клетчатой бумаге. Игра «Пентамино».

### **Тема 2. Задачи со спичками.**

Решение занимательных задач со спичками.

### **Тема 3. Геометрические головоломки.**

«Танграм».

## **V. Проекты**

### **Тема 1. Выбор тем и выполнение проектных работ. Примерные темы проектов**

## Ожидаемые результаты 1-го года обучения

В результате занятий обучающиеся должны

### **Знать:**

- старинные системы записи чисел, записи цифр и чисел у других народов;
- названия больших чисел;
- свойства чисел натурального ряда, арифметические действия над натуральными числами и нулём и их свойства, понятие квадрата и куба числа;
- приёмы быстрого счёта;
- методы решения логических задач;
- свойства простейших геометрических фигур на плоскости;
- понятие графа;
- понятие софизма.

### **Уметь:**

- читать и записывать римские числа;
- читать и записывать большие числа;
- пользоваться приёмами быстрого счёта;
- решать текстовые задачи на движение, на взвешивание, на переливание;
- использовать различные приёмы при решении логических задач;
- решать геометрические задачи на разрезание, задачи со спичками, геометрические головоломки, простейшие задачи на графы;
- решать математические ребусы, софизмы, показывать математические фокусы.
- выполнять проектные работы.

## Учебный план 2 год обучения

№ п\п	Название разделов, тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
	Вводное занятие	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
	<b>Раздел 1. Решение геометрических задач</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
1.1.	Тема 1.1. Геометрические головоломки	2	1	1
1.2.	Тема 1.2. Задачи на вычисление площадей сложных фигур	4	1	3
	<b>Раздел 2. Логические задачи</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>
2.1.	Тема 2.1. Высказывания. Истинные и ложные высказывания	4	2	2
2.2.	Тема 2.2. Отрицание высказываний.	4	2	2
2.3.	Тема 2.3. Двойное отрицание.	4	2	2
2.4.	Тема 2.4. Задачи с неполными данными, лишними, нереальными данными.	4	2	2
2.5.	Тема 2.6. Решение логических задач с помощью отрицания высказываний.	4	2	2
2.6.	Тема 2.7. Метод полного перебора в логических задачах	4	2	2
2.7	Тема 2.8. Решение задач с помощью логических таблиц	4	2	2
2.8	Тема 2.9 Перебор таблицы. Лжецы	4	2	2
	<b>Раздел 3. Комбинаторика</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>8</b>
3.1	Тема 3.1. Метод построения дерева возможных вариантов	4	2	2
3.2	Тема 3.2 Решение задач построением дерева	4	2	2

	возможных вариантов			
3.3	Тема 3.3. Правило суммы и правило произведения	4	2	2
3.4	Тема 3.4 Решение комбинаторных задач	4	2	2
	<b>Раздел 4. Числовые множества</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>
4.1.	Тема 4.1. Угадывание чисел	6	2	4
4.2.	Тема 4.2. Арифметика помогает решать задачи	6	2	4
	Итоговое занятие	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
	<b>Итого часов</b>	<b>72</b>	<b>30</b>	<b>42</b>

## Содержание 2-го года обучения

### **I. Решение геометрических задач**

#### **Тема 1. Геометрические головоломки**

Решение головоломок методом полного перебора. Поиск всех решений построением переборного алгоритма. Решение ребусов: метод оценки; метод полного перебора, оценка +пример в ребусах.

#### **Тема 2 Задачи на вычисление площадей сложных фигур**

Решение задач на вычисление площадей

### **II. Логические задачи**

#### **Тема 1. Высказывания. Истинные и ложные высказывания**

Правила логического вывода. Понятие Высказывания. Задачи, содержащие истинные и ложные высказывания.

#### **Тема 2 Отрицание высказываний**

Понятия высказывания и его отрицания, а также закон исключенного третьего.

#### **Тема 3 Задачи с неполными данными, лишними, нереальными данными**

Уметь определять задачи с недостающими данными, нереальными данными, лишними данными. Распознавать логически некорректные рассуждения

#### **Тема 4 Метод полного перебора в логических задачах**

Поиск всех решений построением переборного алгоритма

#### **Тема 5 Решение задач с помощью логических таблиц**

Решение задач при помощи цепочки логических выводов, построением логических таблиц. Задачи про рыцарей и лжецов.

### **III. Комбинаторика**

#### **Тема 1 Метод построения дерева возможных вариантов**

Правило перебора. Дерево вариантов. Решение комбинаторных задач с помощью дерева возможных вариантов.

#### **Тема 2 Правило суммы и правило произведения**

Основные законы пересчетной комбинаторики: правило суммы и правило произведения. Треугольник Паскаля

### **IV. Числовые множества**

#### **Тема 1 Угадывание чисел**

Математические фокусы

#### **Тема 2 Арифметика помогает решать задачи**

Решение задач арифметически.

### **V. Проекты**

**Тема 1.**Выбор тем и выполнение проектных работ. Примерные темы проектов:

- Системы счисления. Мифы, сказки, легенды.
- Софизмы и парадоксы.
- Математические фокусы.
- Математика и искусство.
- Математика и музыка.
- Лабиринты.
- Палиндромы.
- Четыре действия математики.



- Древние меры длины.
- Возникновение чисел.
- Счёты.
- Старинные русские меры.
- Магические квадраты.

### **Ожидаемые результаты 2-го года обучения**

В результате занятий обучающиеся смогут:

***Знать:***

- знать методы решения логических задач;
- понимать логические закономерности и правила логического вывода;
- знать правило произведения;
- знать правило суммы;
- понятие графа;
- понятие софизма.

***Уметь:***

- решать головоломки методом полного перебора;
- решать задачи на поиск решений ребусов;
- строить логические таблицы
- решать задачи про рыцарей и лжецов;
- делать и обосновывать полный перебор;
- использовать различные приёмы при решении логических задач;
- строить дерево возможных вариантов
- различать задачи на правило суммы и правило произведения;
- понимать и различать основные правила комбинаторики.
- различать задачи, где важен/не важен порядок предметов
- выполнять проектные работы.

### **Условия реализации программы**

Материально-техническое обеспечение	Методическое и дидактическое обеспечение
Учебный кабинет, учебные столы, стулья, компьютеры, принтер, сканер, проектор, классная доска, мел.	Подборка информационной и справочной литературы; Обучающие и справочные электронные издания; Ресурсы Интернет



1 год Обуч	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	*	<b>72 часа</b>
Вид деятельности	У	У	У	У	У	У	У	У	У	ПА	ПА	Р	
2 год обуч	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	*	<b>72 часа</b>
Вид деятельности	У	У	У	У	У	У	У	У	У	АИ	АИ	Р	

\*Начало учебных занятий начинается с даты указанной в приказе по учреждению о начале учебного года

У- учебные занятия

ПА- промежуточная аттестация (время проведения может быть выбрано в период с 15.12 по 25.01, в зависимости от содержания программы)

АИ- аттестация итоговая (период итоговой аттестации, может быть выбран в период с 15.04 по 15.05)

Р- резервное время;

К – комплектование групп.

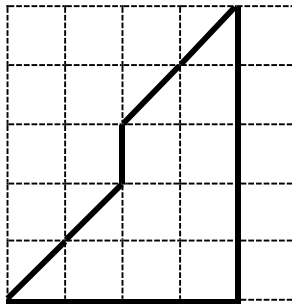
## Список литературы:

1. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа с учениками 5-6 классов. - М.: Просвещение, 2005 .
2. Журналы «Математика в школе», 1980-2008.
3. А.С.Чесноков, С.И. Шварцбурд, В.Д.Головина, И.И. Крючкова, Л. А. Литвачук. Внеклассная работа по математике в 4-5 классах. М. , «Просвещение», 1974.
4. Фарков А.В. Математические кружки в школе. 5-8 классы– М. Айрис-пресс, 2006
5. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы. М.: Айрис-пресс, 2002.
6. Фарков А.В. Внеклассная работа по математике. 5-11 классы М.: Айрис-пресс, 2008
7. Ю.В.Щербакова. Занимательная математика на уроках и внеклассных мероприятиях. 5-8 классы. М.: Глобус. 2008.
8. П.М. Камаев. Устный счёт. М.: Чистые пруды, 2007. (Библиотека « Первого сентября», серия « Математика», №3 (15)/2007)
9. Н.П. Кострикина. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов. Книга для учителя.- М.: Просвещение, 1986

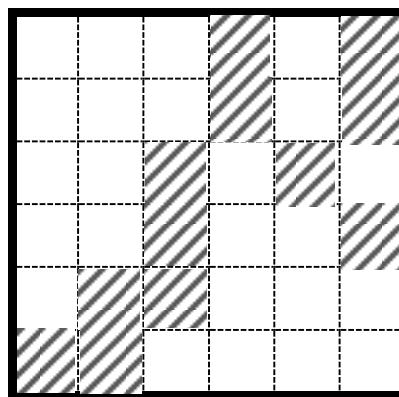
## Приложение

### Задания по теме: Задачи на разрезания

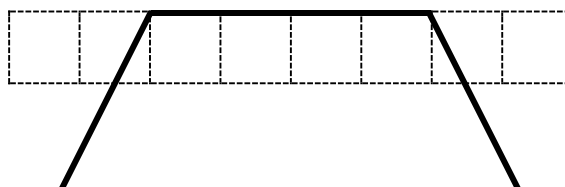
1. Разрежьте нарисованную фигуру на две одинаковые (совпадающие при наложении) части.

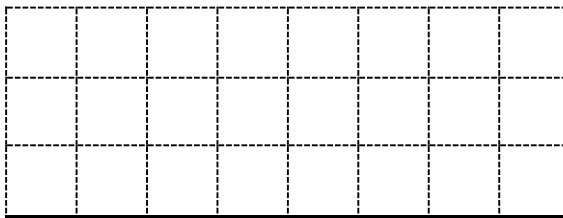


2. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридиан – это дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель – окружность, параллельная экватору (экватор тоже является параллелью).
3. Разрежьте изображенную на рисунке доску на 4 одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала ровно 3 закрашенные клетки.

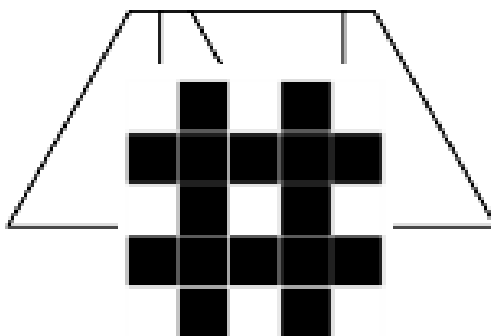


4. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две части, из которых можно сложить треугольник.





5. Пару доминошек  $1 \times 2$  назовём *гармоничной*, если они образуют квадрат  $2 \times 2$ . Существует ли разбиение доски  $8 \times 8$  на доминошки, в котором ровно одна *гармоничная пара*?
6. Четырёхугольник с длинами сторон 1, 1, 1 и 2, две из которых параллельны, разбит на четыре одинаковые фигуры. В результате верхняя сторона разделилась на четыре отрезка. Найти отношение длины большего отрезка к меньшему.
7. Разрежьте по клеточкам на 4 части фигуру, изображённую на рисунке, и сложите из



них квадрат.

8. а) Можно ли шахматную доску разрезать на доминошки  $1 \times 2$ ?
- б) А если из шахматной доски вырезали одну угловую клетку, то получится разрезать?
- в) А если вырезали две клетки: левую нижнюю и левую верхнюю?
- г) А если левую нижнюю и правую верхнюю?

### Занятие по теме: Задачи, решаемые с конца

1. *Магия чисел.* Я задумал число, прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число я задумал?
2. *Яблоки.* Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик даёт другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик даёт двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий даёт каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика вначале?
3. *Черт и бездельник.* Однажды черт предложил бездельнику заработать. “Как только ты перейдешь через этот мост, – сказал он, – твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 рубля”. Бездельник согласился и ... после третьего перехода остался без денег. Сколько денег у него было сначала?
4. *Туристы.* Группа туристов отправилась в поход. В первый день они прошли  $\frac{1}{3}$  пути, в второй –  $\frac{1}{3}$  остатка, в третий –  $\frac{1}{3}$  нового остатка. В результате им осталось пройти 32 км. Сколько километров был маршрут туристов?
5. *Гуси.* Над озерами летели гуси. На каждом озере садилась половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было гусей?

6. Крестьянин и царь. Крестьянин пришел к царю и попросил: “Царь, позволь мне взять одно яблоко из твоего сада”. Царь ему разрешил. Пошел крестьянин к саду и видит: весь сад огорожен тройным забором. Каждый забор имеет только одни ворота, и около каждого ворот стоит страж. Подошел крестьянин к первому стражу и сказал: “Царь разрешил мне взять одно яблоко из сада”. “Возьми, но при выходе должен будешь отдать мне половину яблок, что возьмешь, и еще одно”, – поставил условие страж. Это же повторили ему второй и третий, которые охраняли другие ворота. Сколько яблок должен взять крестьянин, чтобы после того, как отдаст положенные части трем стражам, у него осталось одно яблоко?

Дополнительные задачи и задачи для самостоятельного решения.

1. Это старинная задача. Крестьянка пришла на базар продавать яйца. Первая покупательница купила у нее половину всех яиц и еще половину яйца. Вторая покупательница приобрела половину оставшихся яиц и еще половину яйца. Третья купила всего одно яйцо. После этого у крестьянки не осталось ничего. Сколько яиц она принесла на базар?

2. Задача из книги "Арифметика" Леонтия Магницкого. Отец решил отдать сына в учебу и спросил учителя: "Скажи, сколько учеников у тебя в классе?" Учитель ответил: "Если придет еще учеников столько же, сколько имею, и полстолько, и четвертая часть, и твой сын, тогда будет у меня сто учеников". Сколько же учеников было в классе?

3. Мать купила яблоки. Два из них взяла себе, а остальные разделила между тремя своими сыновьями. Первому она дала половину всех яблок и половину яблока, второму – половина остатка и еще половину яблока, третьему – половину нового остатка и оставшуюся половину яблока. Сколько яблок купила мать, и сколько яблок получил каждый из сыновей?

4. Поставили самовар, а потом 7 раз садились пить чай и каждый раз выпивали половину имеющейся в нем воды. Оказалось, что после этого остался всего стакан воды. Сколько воды было в самоваре перед чаепитием?

5. Я задумал число, отнял 57, разделил на 2 и получил 27. Какое число я задумал?

6. На праздник купили торт. Но ели его очень интересно – к торту подходил человек и съедал половину того, что осталось. Всего торт ели 5 человек, а пришедшему последним (пятым) Стасу, отдали все, что осталось – полкило торта. Сколько весил торт в начале?

7. Некто прогулял  $\frac{1}{4}$  урока. На следующий день он прогулял половину урока. Каждый день количество прогулянных уроков увеличивалось в два раза. На десятый день он впервые прогулял все уроки. На какой день он прогулял четверть уроков, если их количество в каждый день одинаково.

8. Хулиган Леша с занятия украл много спичек. По дороге другие ребята увидели его и каждый забрал у него несколько. Вова забрал треть, Вася – треть оставшихся, Гриша – еще треть оставшихся, Толя – тоже треть оставшихся. В итоге Леша сжег 16 спичек, и у него после этого спичек не осталось. Сколько у него их было?

9. Три мальчика делили 120 фантиков. Сначала Петя дал Ване и Толе столько фантиков, сколько у них было. Затем Ваня дал Толе и Пете столько фантиков, сколько у них стало. И, наконец, Толя дал Пете и Ване столько, сколько у них к этому моменту имелось. В результате всем досталось поровну. Сколько фантиков было у каждого вначале?

### **Занятие по теме: Задачи на переливания**

1. Имеются двухлитровая и пятилитровая банки. Как сделать так, чтобы, в одной из них оказался ровно один литр воды?
2. Для марш-броска солдату необходимо иметь 4 литра воды. Больше он взять не может. На базе, где имеется источник воды, есть только 5-литровые фляги и 3-литровые банки. Как с помощью одной фляги и одной банки набрать 4 литра во флягу?
3. Как, имея 5-литровое ведро и 9-литровую банку, набрать из реки ровно три литра воды?

4. Из полного восьмилитрового ведра отлейте 4 л с помощью пустых 3-литровой банки и 5-литрового бидона. (Пользоваться другими емкостями и выливать воду на землю нельзя).
5. Отлейте из цистерны 13 л молока, пользуясь бидонами емкостью 17 л и 5 л.
6. Тому Сойеру нужно покрасить забор. Он имеет 12 л краски и хочет отлить из этого количества половину, но у него нет сосуда вместимостью в 6 л. У него 2 сосуда: один – вместимостью в 8 л, а другой – вместимостью в 5 л. Каким образом налить 6 л краски в сосуд на 8 л? Какое наименьшее число переливаний необходимо при этом сделать?
7. Имеются два полных десятилитровых бидона молока и пустые кастрюли емкостью четыре литра и пять литров. Отлейте по 2 л молока в каждую кастрюлю.

Дополнительные задачи и задачи для самостоятельного решения

1. Для разведения картофельного пюре быстрого приготовления "Зеленый великан" требуется 1 л воды. Как, имея два сосуда емкостью 5 и 9 литров, налить 1 литр воды из водопроводного крана?
2. В походе приготовили ведро компота. Как, имея банки, вмещающие 500г и 900г воды, отливать компот порциями по 300 г?
3. Нефтяники пробурили скважину нефти. Необходимо доставить в лабораторию на экспертизу 6 литров нефти. В распоряжении имеется 9-литровый и 4-литровый сосуда. Как с помощью этих сосудов набрать 6 литров?
4. Взгляни на берег – там ты увидишь две банки. В одну из них помещается ровно два литра воды, а в другую – три. Как налить в двухлитровую банку точно один литр? Укажи два способа.
5. В два достаточно больших бидона как-то разлили 3 л воды. Из первого переливают половину имеющейся в нем воды во второй, затем из второго переливают половину имеющейся в нем воды в первый, затем из первого переливают половину имеющейся в нем воды во второй и т.д. Докажите, что независимо от того, сколько воды было сначала в каждом из сосудов, после 100 переливаний в них будет 2 л и 1 л с точностью до миллилитра.
6. Две группы альпинистов готовятся к восхождению. Для приготовления еды они используют примусы, которые заправляют бензином. В альплагере имеется 10-литровая канистра бензина. Имеются еще пустые сосуды в 7 и 2 литров. Как разлить бензин в два сосуда по 5 литров в каждом?
7. Летом Винни Пух сделал запас меда на зиму и решил разделить его пополам, чтобы съесть половину до Нового Года, а другую половину – после Нового года. Весь мед находится в ведре, которое вмещает 6 литров, у него есть 2 пустые банки – 5-литровая и 1-литровая. Может ли он разделить мед так, как задумал?
8. Белоснежка ждет в гости гномов. Зима выдалась морозной и снежной, и Белоснежка не знает точно, сколько гномов решатся отправиться в далекое путешествие в гости, однако знает, что их будет не более 12. В ее хозяйстве есть кастрюлька на 12 чашек, она наполнена водой, и две пустых – на 9 чашек и на 5. Можно ли приготовить кофе для любого количества гостей, если угощать каждого одной чашкой напитка?
9. Нефтяники пробурили скважину нефти. Необходимо доставить в лабораторию на экспертизу 6 литров нефти. В распоряжении имеется 9-литровый и 4-литровый сосуда. Как с помощью этих сосудов набрать 6 литров?

10. Бидон ёмкостью 10 л наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 л в семилитровый бидон, используя при этом ещё один бидон, вмещающий 3 л. Как это сделать?
11. Можно ли отмерить 8 л воды, находясь у реки и имея два ведра: одно вместимостью 15 л, другое вместимостью 16 л?
12. Есть три бидона емкостью 14, 9 и 5 литров. В большом бидоне 14 л молока, остальные пусты. Как с помощью этих бидонов разделить молоко пополам?
13. Имеется три сосуда без делений объемами 6 л, 7 л, 8 л, кран с водой, раковина и 6 л сиропа в самом маленьком сосуде. Можно ли с помощью переливаний получить 12 л смеси воды с сиропом, так чтобы в каждом сосуде воды и сиропа было поровну?

#### **Занятие по теме: Задачи на взвешивания**

1. Есть три монеты. Среди них одна фальшивая, которая весит меньше настоящей. Как с помощью одного взвешивания определить фальшивую монету?
2. Есть девять монет. Среди них одна фальшивая, которая весит меньше настоящей. Как с помощью двух взвешиваний определить фальшивую монету?
3. Среди 101 монеты есть одна фальшивая, которая по весу отличается от настоящей. Но на этот раз неизвестно, в какую сторону. За два взвешивания определите, легче или тяжелее настоящей фальшивая монета. (Саму монету определять не нужно.)
4. Имеются четыре гири. Одна из них большая и тяжелая, вторая поменьше и полегче, третья – еще меньше и еще легче, а четвертая – самая маленькая и самая легкая. Гири по очереди ставятся на чашки весов (на каждый раз берется любая из гирь и ставится на любую чашку весов). Можно ли, не зная точного веса гирь, положить по одной их все на весы в таком порядке, чтобы сначала три раза перевешивала левая чашка, а последний раз – правая?
5. Есть 5 монет. Из них три настоящие, одна – фальшивая, которая весит больше настоящей, и одна – фальшивая, которая весит меньше настоящей. За три взвешивания определите обе фальшивые монеты.
6. В 9 мешках лежат настоящие монеты (по 10 г), а в одном – фальшивые (11 г). Одним взвешиванием на двухчашечных весах со стрелкой определите, в каком мешке фальшивые монеты. (Стрелка показывает, на сколько масса монет на «тяжёлой» чашке больше, чем на «лёгкой».)
7. Имеются 64 монеты, все разные по весу. За не более, чем 94 взвешивания, определите самую лёгкую и самую тяжёлую монеты.

#### **Занятие по теме: Логические задачи**

1. В три банки с надписями «малиновое», «клубничное» и «малиновое или клубничное» налили смородиновое, малиновое и клубничное варенье. Все надписи оказались неправильными. Какое варенье налили в банку «клубничное»?
2. Когда учительница ругала Дениса за плохой почерк, он сказал: «У всех великих людей был плохой почерк, значит, я великий человек». Прав ли он?
3. У императора украли перец. Как известно, те, кто крадут перец, всегда лгут. Пресс-секретарь заявил, что знает, кто украл перец. Виновен ли он?
4. Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждых двух совпадает или имя, или фамилия, или отчество. Может ли такое быть?
5. Ковбой Джо приобрел в салуне несколько бутылок Кока-Колы по 40 центов за штуку, несколько сэндвичей по 24 цента и 2 бифштекса. Бармен сказал, что с него 20 долларов 5 центов. Ковбой Джо высказал бармену всё, что он думает о его умении считать. Действительно ли бармен ошибся?



6. Кто-то подарил Златовласке подарок, положив его на крыльцо её дома. Златовласка подозревает, что это был один из её друзей: Стрекоза, Огонёк или Ушастик. Но как это узнать? Каждый из них указывает на одного из двух других. Правду сказала только Стрекоза. Если бы каждый указывал не на того, на кого указывает, а на второго, то Ушастик был бы единственным, кто сказал правду. Кто же подарил подарок?
7. Кто-то из трёх друзей таким же образом подарил подарок Синеглазке. На вопросы Синеглазки Огонёк отвечал, что это Ушастик, а что сказали Ушастик и Стрекоза, Синеглазка забыла. Златовласка взяла дело в свои руки и выяснила, что только один из троих сказал правду, и именно он и сделал подарок. Кто подарил подарок?
8. Клоуны Бам, Бим и Бом вышли на арену в красной, синей и зелёной рубашках. Их туфли были тех же трёх цветов. Туфли и рубашка Бима были одного цвета. На Боме не было ничего красного. Туфли Бама были зелёные, а рубашка нет. Каких цветов были туфли и рубашка у Бома и Бима?

### **Занятие по теме: Комбинаторика**

1. Из деревни Филимоново в деревню Ксенофонтово ведут три дороги, а из деревни Ксенофонтово в деревню Оладушкино – четыре дороги. Сколько существует путей из деревни Филимоново в деревню Оладушкино?
2. От дачного посёлка проложили две дороги до деревни Филимоново и одну дорогу до Оладушкино. Сколько теперь существует путей от Филимоново до Оладушкина?
3. В киоске продаются открытки, на каждой из которых изображены цветы: либо розы, либо гвоздики, либо тюльпаны. Кроме того, на каждой открытке есть поздравительная надпись: либо «С Днём рождения!», либо «С Новым годом!», либо «С 8 марта!». Какое наибольшее число различных открыток может продаваться в этом киоске?
4. В магазине «Всё для чая» есть 5 видов чашек, 4 вида блюдец и 2 вида ложек. Сколькими способами в этом магазине можно купить:
  - а) набор из чашки, блюдца и ложки;
  - б) набор, состоящий из двух разных предметов?
5. Назовём натуральное число «симпатичным», если в его записи встречаются только чётные цифры. Сколько существует четырёхзначных «симпатичных» чисел?
6. В футбольной команде нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать? (В футбольной команде 11 игроков.)
7. В классе учатся 25 человек. Сколькими способами можно выбрать двух дежурных?
8. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трёх букв: А, Б и В. Словом называется любая последовательность, состоящая не более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?
9. Меню школьной столовой не меняется и состоит из 10 блюд. Для разнообразия Витя хочет каждый день заказывать такой набор блюд, который он ещё ни разу не заказывал (при этом число блюд не важно – он может заказать все 10 блюд, а может заказать только одно или вовсе ни одного). Сколько дней он сможет так питаться?